

## Наклонное поперечное магнитное поле

В простейшем случае, когда стенки, ограничивающие стационарное равномерное плоскопараллельное течение, являются непроводящими, эта задача была решена Гартманом в 1937 году. Было выявлено, что в каналах прямоугольного сечения образуются сдвиговые слои, которые впоследствии стали называть гартмановскими. Эти слои образуются как у стенок, нормальных приложенному полю, так и параллельных к нему. В настоящее время имеется ряд частных случаев, довольно обстоятельно изученных на основе аналитических решений и численных исследований. Некоторые из них детально изложены в работах [1,2]. Однако решение задачи при произвольной ориентации поперечного магнитного поля к сторонам сечения и произвольном сочетании проводимости стенок пока мало исследовано [3,4]. В этих работах рассмотрено ламинарные магнитогидродинамические течения, работ же посвященных турбулентному течению в таких каналах не имеется. Предлагается модель турбулентного течения проводящей жидкости в канале при наличии наклонного поперечного магнитного поля.

$$\begin{aligned}
 u_1 u_2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + u_1 u_3 \frac{\partial U_1}{\partial x_3} + \frac{k\sqrt{E}}{2l} \left( u_1^2 - \frac{2}{3} E \right) + \frac{c}{3} \frac{E^{3/2}}{l} + N u_1^2 &= 0, \\
 \frac{c}{3} \frac{E^{3/2}}{l} + \frac{k\sqrt{E}}{2l} \left( u_2^2 - \frac{2}{3} E \right) + N u_2^2 \sin \alpha &= 0, \\
 \frac{c}{3} \frac{E^{3/2}}{l} + \frac{k\sqrt{E}}{2l} \left( u_3^2 - \frac{2}{3} E \right) + N u_3^2 \cos \alpha &= 0, \\
 u_2^2 \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{k\sqrt{E}}{l} u_1 u_2 + N u_1 u_2 \sin \alpha &= 0, \\
 u_3^2 \frac{\partial U_1}{\partial x_3} + \frac{k\sqrt{E}}{l} u_1 u_3 + N u_1 u_3 \cos \alpha &= 0, \\
 u_2 u_3 &= 0.
 \end{aligned}$$

Решение системы находится для угла 45 градусов, так как нахождение решения для произвольного угла встречает определенные трудности в нахождении  $\Psi$ .

Как и прежде решение системы запишем в виде двух сомножителей. Первый из них с индексом "0" обозначает соответствующую величину для однородной среды. Второй сомножитель  $\Omega_i$  учитывает влияние магнитного поля на течение и является функцией числа Стюарта  $St$  :

$$\begin{aligned}
 E = E_0 \psi^2, \quad u_1^2 = (u_1^2)_0 \cdot \Omega_1, \quad u_2^2 = (u_2^2)_0 \cdot \Omega_2, \quad u_3^2 = (u_3^2)_0 \cdot \Omega_3, \\
 u_1 u_2 = (u_1 u_2)_0 \cdot \Omega_4, \quad u_1 u_3 = (u_1 u_3)_0 \cdot \Omega_5,
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 E_0 &= \frac{1}{c^{2/3}} l^2 \left( \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 \right) \\
 (u_1^2)_0 &= 2l^2 \left( \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 \right),
 \end{aligned}$$

$$(u_2^2)_0 = l^2 \left( \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 \right)$$

$$(u_3^2)_0 = l^2 \left( \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 \right)$$

$$(-u_1 u_2)_0 = l^2 \sqrt{\left( \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 \right)} \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right)$$

$$(-u_1 u_3)_0 = l^2 \sqrt{\left( \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)^2 \right)} \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)$$

$$\Omega_1 = \frac{\psi^2}{c^{2/3}} - \frac{\psi^3}{\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\psi + \sqrt{2}\frac{1}{\alpha}St},$$

$$\Omega_2 = \Omega_3 = \frac{\psi^3}{\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\psi + \sqrt{2}\frac{1}{\alpha}St}$$

$$\Omega_4 = \Omega_5 = \frac{\psi^3}{\left( \psi \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \sqrt{2}\frac{1}{\alpha}St \right) \left( \psi \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{\alpha}St \right)},$$

$$\psi = \left( -\frac{\delta}{2} + \sqrt{\Theta} \right)^{1/3} + \left( -\frac{\delta}{2} - \sqrt{\Theta} \right)^{1/3} - St \left( \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{2}{3}\frac{1}{c^{2/3}} - \frac{2}{3}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{\alpha} \right),$$

$$\Theta = \left( \frac{\eta}{3} \right)^3 + \left( \frac{\delta}{2} \right)^2, \quad \delta = 2\left( \frac{\theta}{3} \right)^3 - \frac{\theta}{3}\gamma + \zeta,$$

$$\eta = -\frac{\theta^3}{3} + \gamma,$$

$$\theta = St \left( \frac{3\sqrt{2}}{2}\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + 2\frac{1}{c^{2/3}} - 2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sqrt{\alpha} \right),$$

$$\gamma = -1 + St^2 \left( \frac{1}{\alpha} + 3\sqrt{2}\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\frac{1}{c^{2/3}} - \sqrt{2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \right),$$

$$\zeta = 2\frac{1}{\alpha}\frac{1}{c^{2/3}}St^3.$$